Управление образования Администрации

МО «Балезинский район»

XXII Российская научная конференция школьников «Открытие»

Секция математики

«Исследование одного иррационального уравнения»

Исследовательская работа

Дзюина Анна Сергеевна,

обучающая 11 класса

МБОУ Балезинской «СОШ №1»

Руководитель – Касимов Рифхат Шамилович

педагог дополнительного образования

Балезинской «СОШ № 2»

Заслуженный учитель Удмуртской

Республики.

**Содержание**

Введение…………………………………………………………………….…3

1. Основная часть…………………………………………………………….4

 1.1. Первая часть…………………………………………………..………4

 1.2. Вторая часть…………………………………………………..………9

 2. Заключение……………………………………………….……………….12.

 3. Приложение……………………………………………………………….13.

 4. Список используемой литературы………………………………………23

**Введение**

 Принимая участие в конференции старшеклассников в г.Глазов, меня заинтересовало выступление доцента кафедры математики и информатики ФГБОУ ВО «Глазовский педагогический институт им. В.Г. Короленко», кандидата педагогических наук Чупраковой О.Н., в котором она продемонстрировала несколько способов решения иррационального уравнения . Мой руководитель поставил передо мной следующую цель: выявить закономерности в структуре уравнения в зависимости от количества слагаемых, входящих в уравнение, и от целого числа, присутствующего в правой части уравнения.

Основной задачей поставленной цели стало:

1. Выявить, как общие подходы к решению уравнений применимы для решения иррациональных уравнений.
2. Составить примеры иррациональных уравнений для демонстрации излагаемой теории.
3. Систематизировать теорию с методами решения иррациональных уравнений и результатами практических решений.
4. Составить иррациональные уравнения нестандартного метода решения.

Работа состоит из введения, двух частей, заключения.

Список используемой литературы включает 5 наименований.

**1. Основная часть**

1.1. В своей работе я придерживаюсь следующего определения иррациональных уравнений: уравнение с одной переменной называют иррациональным, если хотя бы одна из функций содержит переменную под знаком радикала.

При решении иррациональных уравнений необходимо установить область допустимых значений переменных исходя из условия, что все радикалы, входящие в уравнение, должны быть арифметическими .

Прежде чем решить указанное уравнение несколькими способами с целью дальнейшего исследования и выявления закономерностей, составим несколько уравнений, по структуре похожих на исходное уравнение.

 1.

 2.

 3.

 4.

 5.

 6.

 7.

 9.

 10.

 11.

 12.

Решив данные уравнения, я убедилась, что все они имеют один единственный ответ x = 0.

 **Методы решения иррациональных уравнений .**

 **1.1.1. Метод возведения обеих частей уравнений в одну и ту же степень**

1.1.2. Метод с использованием классических числовых неравенств (неравенство между средним квадратичным и средним арифметическим).

Проведем замену переменных следующим образом

a =

b =

Очевидно, что а 0 и b

Составим среднее арифметическое этих двух неотрицательных величин

Составим среднее квадратичное этих неотрицательных величин

Таким образом, эти средние величины равны между собой. Известна теория о том, что все известные средние неотрицательные величины (в данном случае a и b) равны между собой только в том случае, когда сами эти величины равны между собой.

a = b

 х = 0

1.1.3. Метод с использованием свойств функции.

Введем функцию f (x)

Выясним, как ведет себя функция на найденной области определения D(f). Для этого найдем ее первую производную.

*,* функция убывает

 (не верно)

2

1.1.4. Метод с использованием классического неравенства (неравенства Бернулли).

Неравенство Бернулли в общем виде:

С учетом этого, для каждого слагаемого левой части неравенства составим неравенство Бернулли, предварительно расписав каждое подкоренное выражение левой части уравнения в виде степени с дробным показателем.

Почленно прибавим каждое неравенство, входящее в данную систему:

+

Т.к в исходном уравнении сумма двух корней равняется 2, это значит, что такой результат, являющийся следствием двух неравенств Бернулли, возможен только в том случае, когда два подкоренных выражения, входящих в заданное уравнение, равны между собой. Т.е выполняется ра
венство:

**1.2. Иррациональные уравнения нестандартного метода решения.**

В процессе исследования мне удалось составить и решить 8 следующих уравнений, которые по праву можно отнести к олимпиадным, для решения которых я использовала нетрадиционные методы решения.

 1.

 2.

 3.

 4.

 5.

 6.

 7*.*

8*.*

Решение первых 5-и уравнений.

Прежде чем оформить решение этих задач, я выяснила, что уравнения такого вида не решаются многочисленными способами, как уравнения из первой части. Но такой способ нашелся, основанный на классическом неравенстве, связывающем среднее арифметическое и среднее квадратичное чисел. При этом необходимо иметь ввиду, что знак равенства в этом неравенстве лишь в том случае, если числа

Прежде чем решить уравнения этим методом, запишем их в общем виде и обозначим среднее арифметическое за A, а среднее квадратичное за K.

 ***1 уравнение***

**2 уравнение**

**Заключение**

Таким образом, исходя из выше изложенного, можно сказать, что мы добились поставленных целей и задач:

1. Решили исходное уравнение восемью различными способами.
2. Составили 12 похожих по структуре уравнений, состоящих, как и первое уравнение, лишь из двух слагаемых.
3. Выявив закономерность в структуре исследуемых уравнений, мы составили новые уравнения, которые, как и первоначальные, имеют в качестве единственного решения то же число х=1.

Мы рекомендуем эти уравнения, нестандартные по форме и содержанию в качестве олимпиадных.

**Приложение.**

Продолжение 2й части основной главы.

**3 уравнение**

**4 уравнение**

**5 уравнение**

 **6 уравнение**

 **7 уравнение**

 **8 уравнение**

**Продолжение описания методов решения иррациональных уравнений.**

Метод замены переменной с использованием тригонометрической подстановки.

*,*

Метод умножения обеих частей уравнения на выражение, сопряженное данному.

*+*

Метод замены переменной вводом двух переменных.

Замена:

Обратная замена:

 **Метод решения иррациональных уравнений с использованием замены переменной.**

Введение вспомогательной переменной в ряде случаев приводит к упрощению уравнения. Чаще всего в качестве новой переменной используют входящий в уравнение радикал. При этом уравнение становится рациональным относительно новой переменной.

Обратная замена:

**Список используемой литературы**

1. Алимов, Ш.А. Алгебра и начала анализа 2013 г.

2. Егоров, А.И. Иррациональные неравенства 2012 г.

3. Егоров, А.А. Иррациональные уравнения 2012г.

4. Потапов, М.А. Как решать иррациональное неравенство 2013г.

5. Шарыгин, И.Ф. Факультативный курс по математике 2013г.