

Задачи

1.

99 рыцарей садятся за круглый стол так, чтобы соседи отличались друг от друга по росту на 1 см. Можно ли им так сесть?

2.

Все фишки домино выложены в цепочку в правильном порядке. Доказать, что на концах цепочки одинаковые цифры.

3.

45 спичек разложены в цепочку из нескольких кучек. Преобразуем кучки, снимая с каждой по одной спичке и создавая новую кучку. Доказать, что через несколько шагов обязательно получится набор из 1, 2, 3, ..., 9 спичек.

4.

На складе имеется много ящиков с оборудованием. Все ящики имеют, вообще говоря, различный вес, не превышающий 1 тонны. Сколько гарантированно можно нагрузить в семитонный грузовик ?

5.

На острове Серобуромалин имеется 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Разноцветные хамелеоны при встрече, стараясь напугать друг друга, меняют цвета на третий цвет. Могут ли все хамелеоны стать одного цвета?

6.

Определить две последние цифры числа 2^{100} .

7.

В таблицу 3×3 вписываются цифры 1, 2, ..., 9. Подсчитывается сумма произведений чисел по строчкам и сумма произведений чисел по столбцам. Привести несколько примеров заполнения таблицы, при которых результаты по строкам и столбцам одинаковы.

8.

Калькулятор может производить два действия: по имеющемуся числу a строить число $2a + 1$, или из имеющегося числа a получить число $(a - 1)/3$, если деление происходит нацело. Можно ли из числа 1 несколькими из указанных действий получить число 8? число 32?

9.

Равнобедренный прямоугольный треугольник разрезать на несколько попарно неравных равнобедренных прямоугольных треугольников.

10.

Найти точку внутри квадрата, сумма расстояний от которой до вершин минимальна.